

1. Becken und Gongs

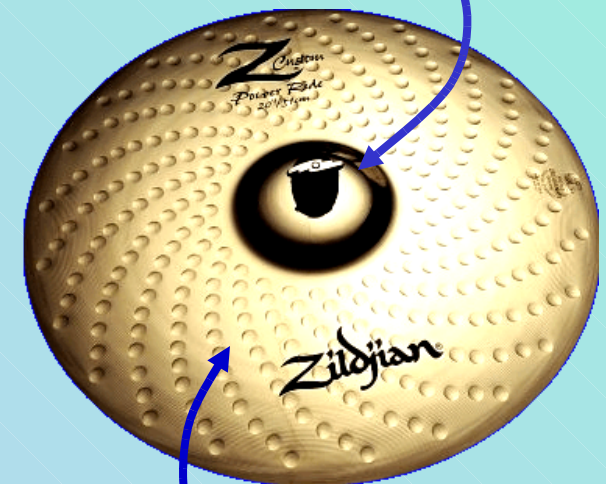
- Entstehung im 15./16. Jh. in Asien
- Konstantinopel 1623: Avedis I. entdeckt einen wichtigen Prozess zur Bronzebearbeitung;
der Sultan gibt ihm den Namen “Zildjian” (“Beckenschmied”)
- ab 1680 integrieren klassische Komponisten Zildjian-Becken in ihre Werke
- um 1930 Entwicklung von Ride-, Crash- und Hi-Hat-Becken für das

moderne Schlagzeug



- mit Stöcken (Sticks) aus Hickory-, Ahorn- oder Eichenholz
seit neuestem auch Carbon (haltbarer und abriebfester)
wahlweise mit Holz- oder Plastikspitze
- Mallets (Schlägel mit Filz- oder Plastiküberzug)
- Besen (mehrere “ausfahrbare” Metalldrähte)

Kuppe (Cup, Dome, Glocke)



Klangschale

a) Wellen in dünnen Platten

- **Longitudinalwellen: nicht-dispersiv; keine** signifikante Schallabstrahlung

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$$

unendliche Platte

$$c'_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

dünne Platte

E: Elastizitätsmodul

ρ : Massendichte ($\rho \approx \text{konst.}$)

ν : Poissonzahl ($\nu \approx 0,3$)

c: Wellengeschwindigkeit

- **Transversalwellen: nicht-dispersiv; keine** signifikante Schallabstrahlung

$$c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{typisch} \approx 60\%c_L, \quad G: \text{Schermodul}$$

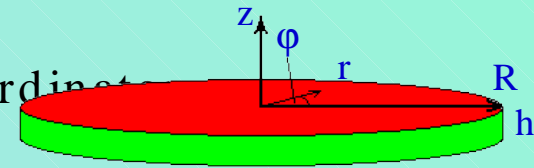
- **Biegewellen: stark dispersiv; signifikante** Schallabstrahlung

$$c(f) = \sqrt{1,8f \cdot h \cdot c_L}, \quad h: \text{Plattendicke}$$

wichtig: Frequenz der Normalmoden ist abhängig von den Randbedingu

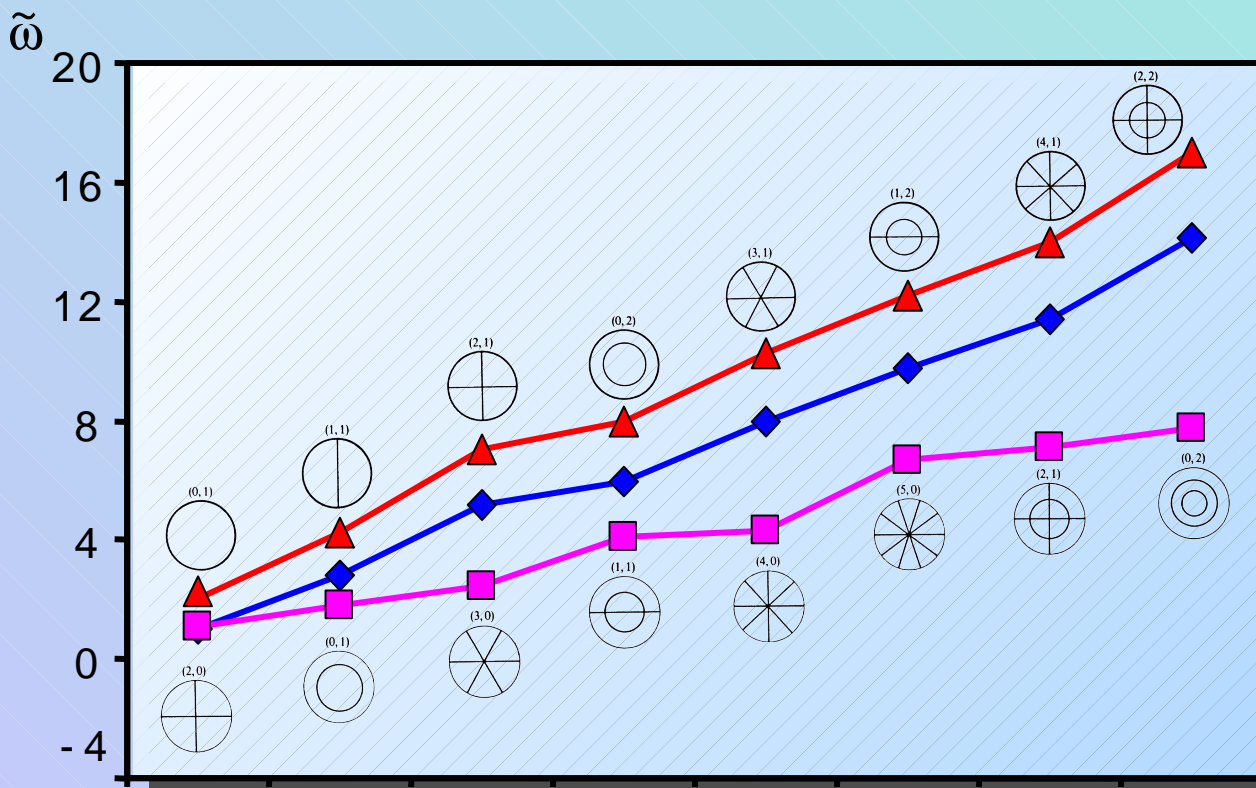
b) Wellen in Kreisplatten

allgemeine Lösung der Wellengleichung in Zylinderkoordinaten
für Kreisplatte mit Radius R , Dicke h :



$$z(r, \varphi, t) = e^{i\omega t} \cdot e^{im\varphi} \cdot [AJ_m(kr) + BI_m(kr)], \quad \omega = f / 2\pi: \text{Kreisfrequenz}$$

J_m : m -te Besselfunktion $I_m(kr) = i^{-m} J_m(ikr)$: hyperbolische Besselfunktion



Grundmoden



eingespannt $f_{01} = 0,469 \kappa$

einfach
unterstützt: $f_{01} = 0,229 \kappa$

frei $f_{20} = 0,241 \kappa$

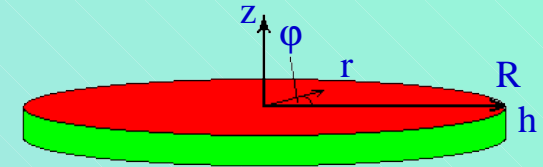
$$= \frac{c_L h}{R^2}$$

$$\sim = \cdot 1,516 \kappa$$

asymptotisches

Spektrum

$$k_{mn} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} (m + 2n) \cdot \frac{\pi}{2R}, \quad f_{mn} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} (m + 2n)^2 \cdot \frac{\pi^3 c_L h}{4\sqrt{3}R^2}$$



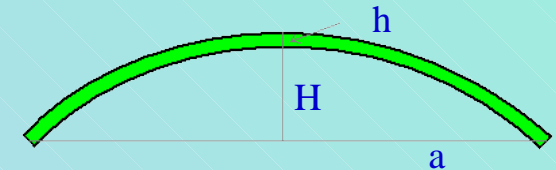
Lord Rayleigh (1894):

Frequenzzunahme durch Zufügen eines Knotenrings entspricht in etwa der durch Hinzufügen zweier Knotendiagonalen (Chladni Gesetz)

c) Flache sphärische Schalen

erster empirischer Ansatz für Kreisplatten, -schalen, -glocken:

$$f_{mn} = C \cdot (m + 2n)^p, \quad p \begin{cases} \approx 2, & \text{flache Platten} \\ < 2, & \text{Schalen / Glocken} \end{cases}$$

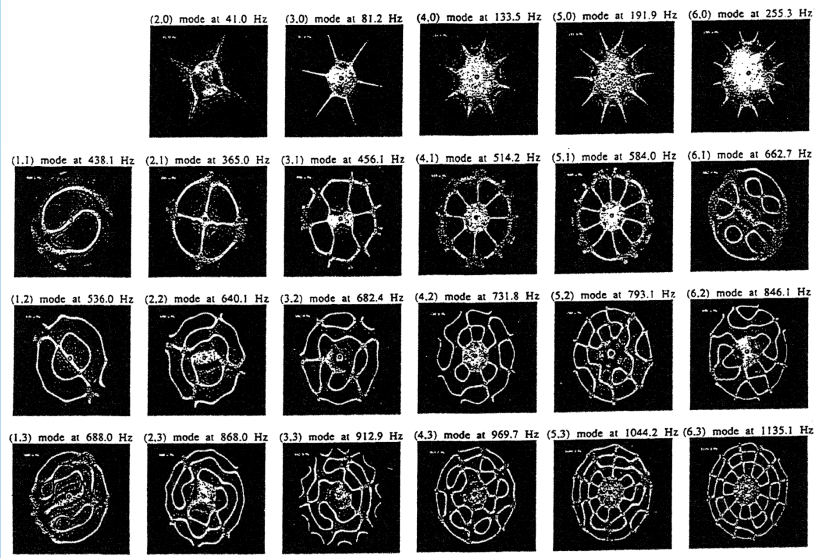


H: Schalenwölbung
h: Schalendicke
a: Schalendimension

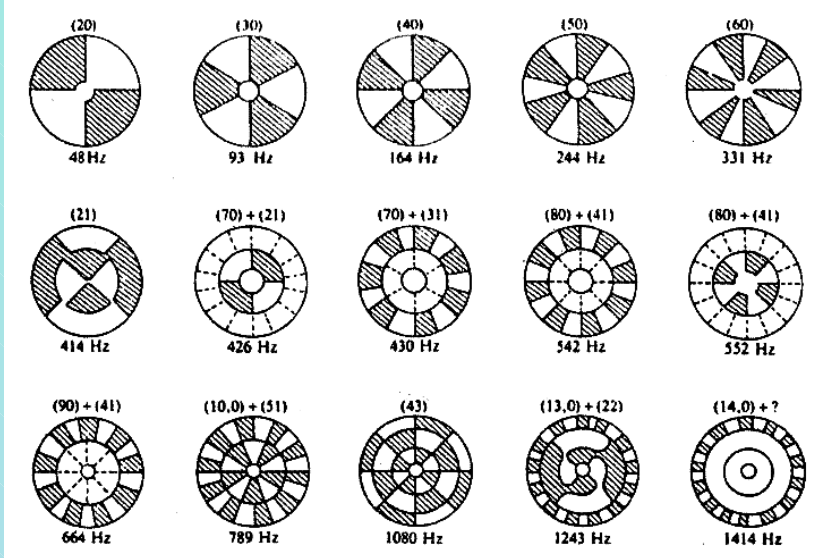
Modifikation des Chladni-Gesetzes:

$$f_{mn} = C \cdot (m + 3n)^p \quad \text{oder} \quad f_{mn} = C_n \cdot (m + 3n)^p \quad \text{für Kreisplatten}$$
$$f_{mn} = C_n \cdot (m + bn)^{p_n}, \quad 2 \leq b \leq 4 \quad \text{für Schalen, Glocken}$$

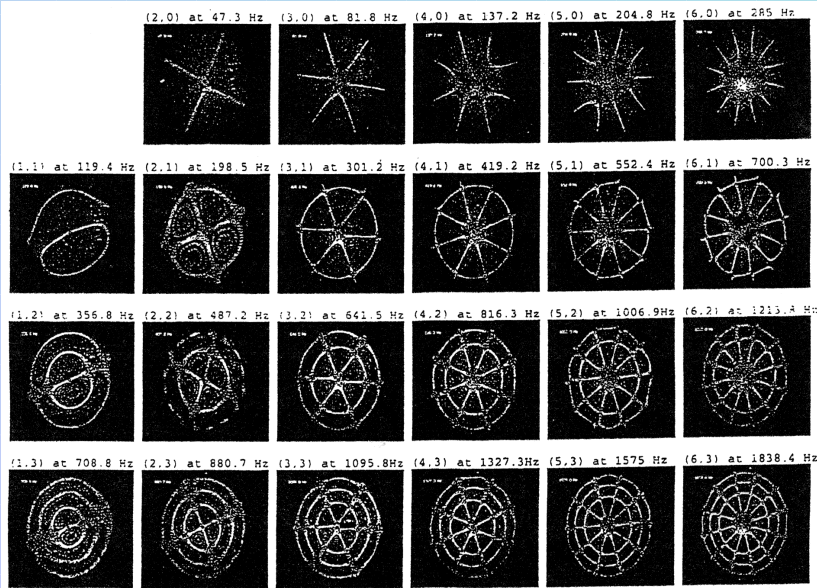
d) Schwingungsmoden



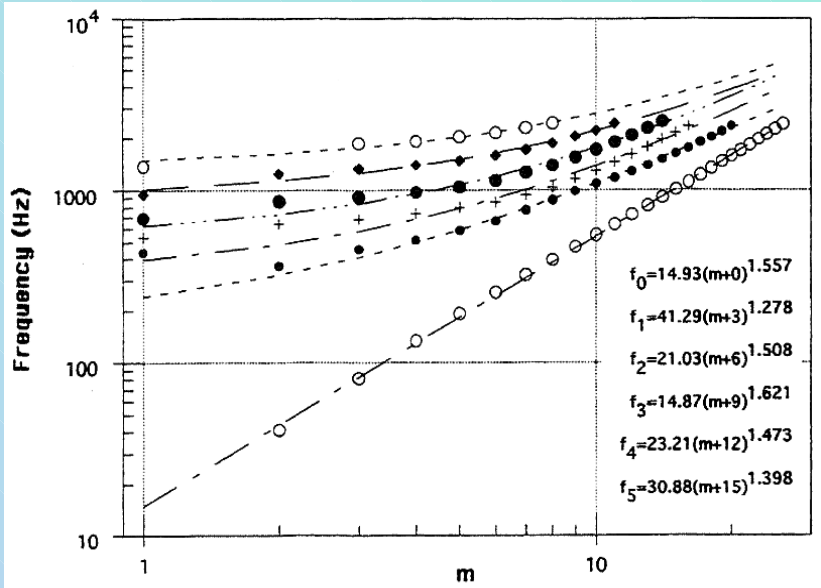
Schwingungsmoden eines 18"- Crashbeckens



Schwingungsmoden eines 15"- Crashbeckens



Schwingungsmoden einer 18" großen, flachen Kreisplatte

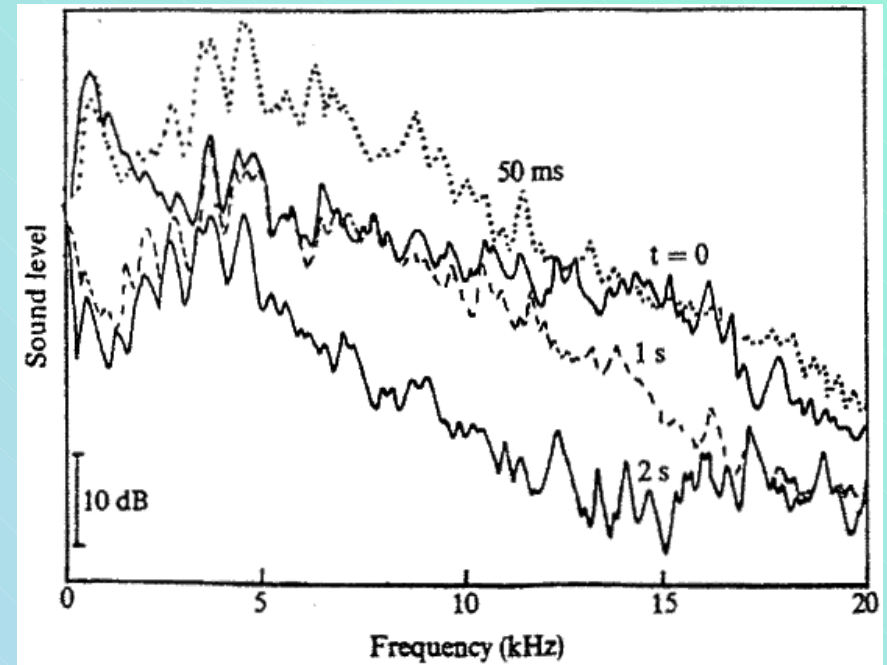
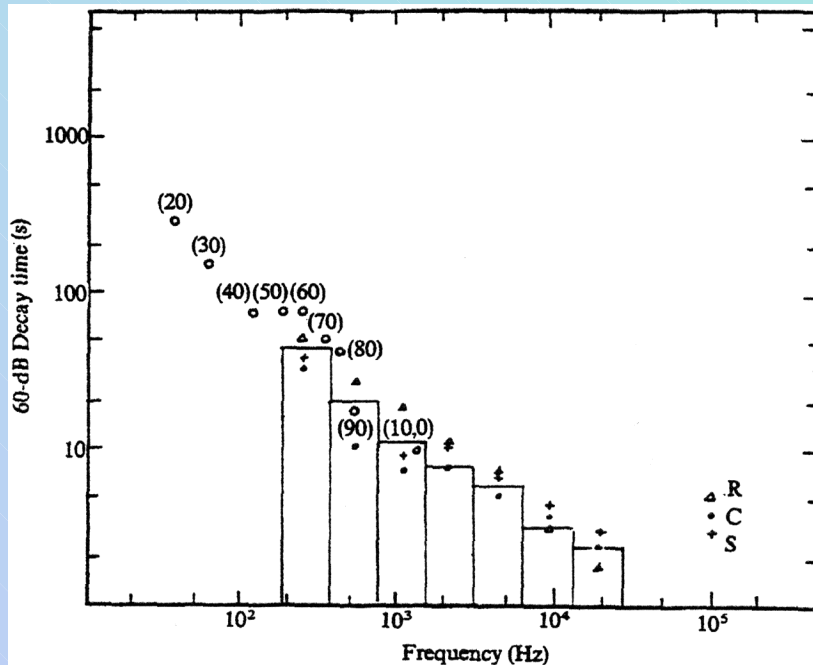


Frequenzmoden eines 18"- Crashbeckens als Fkt. von (m, n)

e) Beckenklang

Abklingzeiten einzelner Moden und Oktavbänder:

Methode: zu untersuchende Mode mit **magnetischem Treiber** anregen und a
Lautstärkepegel über Zeitraum **T** messen



1. schneller Pegelabfall unter **700 Hz** in den ersten 200 ms
2. Peaks bei **3 – 5 kHz** nach 50 – 100 ms
3. starke Peaks bei **700 – 1000 Hz** zwischen 100 – 200 ms
4. nach 1 – 4 s dominieren **3 – 5 kHz** den Klangeindruck (“**Schimmern**”)
5. tiefe Frequenzen sorgen für unaufdringlichen Nachklang

f) Nichtlineares Verhalten

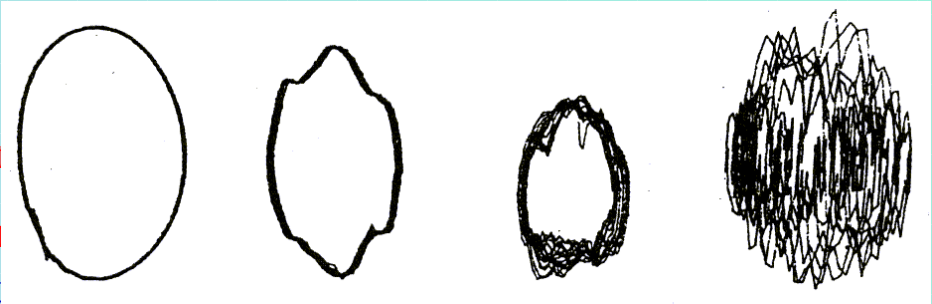
interessantes Phänomen

Umwandlung der **Anschlagsenergie** aus niederfrequenten

der Weg ins Chaos:

Schwingungsmoden in höherfrequente erfolgt chaotisch

- lineares Verhalten
- Erzeugung von **Harmonischen**
- Bildung von **Subharmonischen** (n/m -faches der Treiberfrequenz)
- chaotisches Verhalten**



a) 0,05 A

b) 0,15 A

c) 0,5 A

d) 1 A

Phasendiagramm (Geschwindigkeit vs. Auslenkung nahe Kante) eines 16"-Crashs bei sinusförmiger Anregung im Zentrum mit 192 Hz

sinusförmige Anregung einer **Kreisplatte**:

hohe Amplitudenanregung nahe Normalmodenfrequenz führt zu **Bifurkation** (Verdopplung, Verdreifachung etc. der Schwingungsperiode)

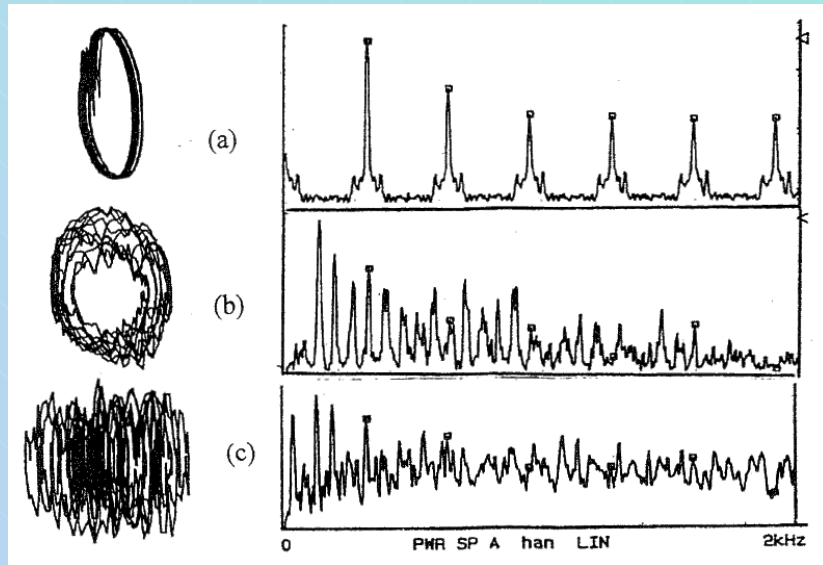
sinusförmige Anregung eines **Orchesterbeckens im Zentrum**:

ein Becken verhält sich hier wie eine dünne

Kreisplatte

z. B.: 5-fache Periodenerhöhung und unterschwelliger durakkordähnliche durch 5. Subharmonische der Anregungsfrequenz (nächste Folie)

Geschwindigkeitsspektrum und Phasendiagramme:



Geschwindigkeitsspektrum und Phasenplot bei 320 Hz Treiberfrequenz
a) 0,3 A Treiberstrom; b) 0,6 A; c) 1,4 A

320 Hz Anregung:

- a) Harmonische der Anregungsfrequenz
- b) Auftreten von Subharmonischen bei doppeltem Treiberstrom
- c) nichtlineares Verhalten

analog bei 450 Hz Anregung:

selbes Verhalten, aber diesmal Harmonische mit 1/7-Subharmonischen

allgemein gilt:

Erzeugung von **Subharmonischen** und **Chaos** benötigt höhere Schwingungsamplituden in flachen Platten als in Becken

Synthetisierung des Beckenklanges:

mathematische Analyse der Beckenvibrationen zeigt:

\exists **3 – 7** aktive **Freiheitsgrade** und entsprechend viele beschreibende Gleichungen

nichtlineares Verhalten => schwer zu synthetisierendes Instrument (aber nicht unmöglich)

Mathematische Behandlung:

Bewegungsgleichung der **j-ten** Mode:

$$m_j \ddot{y}_j + R_j \dot{y}_j + K_j y_j = F_j(y_1, \dots, y_i, \dots, y_j, \dots), \quad R_j, K_j: \text{modenabhängige Parameter}$$

Annahme: Moden \approx harmonisch:

$$y_j(t) = a_j(t) \sin(\omega_j t + \varphi_j), \quad a_j(t): \text{langsam variierende Amplitude}$$

z. B.: Grundmode nach Anschlag $a_i(t) \approx a_i \cdot \exp(-t/\tau_i)$

j-te Mode (habe kleine Amplitude) erhält Energie aus **i-ter** Mode:

wichtigster Beitrag F_{jn} liefert d $\omega_j \approx n\omega_i$

man zeigt: $a_j(t) = \frac{A_{ij} a_i^n \tau_j (e^{-nt/\tau_i} - e^{-t/\tau_j})}{1 - n\tau_j/\tau_i} \sim a_i^n, \quad A_{ij}: \text{Kopplungsstärke}$

und $t^* = \frac{\tau_i \tau_j \ln(\tau_i / n\tau_j)}{\tau_i - n\tau_j}, \quad \text{Zeit zwischen } a_j = 0 \quad \text{und } \dot{a}_j = \text{max.}$

Experiment: $a_j(t) \sim a_i^n$ bestätigt 😊

1.2. Beispiele für Schlagzeugbecken – Tam-

Tams:

a) Klassische Crashbecken (Orchester)

- bestehen aus **zwei gleichgroßen Becken** (eines meist etwas dicker für **reicher Klangspektrum**), die zusammengestoßen werden (engl.: “to crash”) und Halter aus Leder o. ä.
- Größe: zwischen 14” und 20”

Spieltechniken:

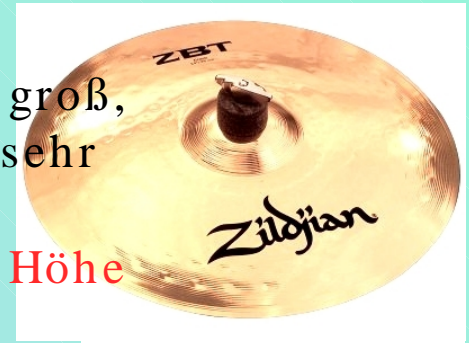
1. exakter Zusammenstoß mit komplettem Kontakt und sofortigem Öffnen
=> **voller, ausgeglichener Crashklang**
(s. oben) mit sehr definiertem Klanggefühl
2. leicht versetzter Zusammenstoß => kleinste Moden nicht sofort angeregt
“**obertonreicherer Klang**”, da anfänglich kompliziertere Schwingungsmuster
3. Zusammenstoß unter kleinem Winkel: ähnlich wie 2., aber **komplizierterer Einschwingphase**, da Stoßzeit $\gg 0$ s => mehr “Aufmerksamkeit”
4. leichte “Gleitbewegung” bei kleiner Stoßgeschwindigkeit => **Zischeffekt** verstärkbar, indem Becken nur wenig geöffnet werden (s. Hi- Hat)



b) Crash-, Splash- und Ridebecken

Crash:

ähnlich dem Orchester-crash zwischen 14" und 20" groß,
von sehr dick (3 mm; **heller, aggressiver Klang**) bis sehr
dünn (0,5 mm; **dunkler, feiner Klang**)
geschliffen und/oder gehämmert für **Kontrolle der Höhe**



Splash:

6" – 13" groß, dünner als Crash; sehr **schnelle Ansprache**
und extrem **kurze Nachklingzeit**; spritzig, frisch =>
Effektbecken



Ride:

18" – 24" groß, meist recht **dick** (> 2 mm);
treibendstes Becken; große Masse => **lange**
Nachklingzeit;

Größe und Stärke der Kuppe ~ #Obertöne und
legen Grundtonspektrum fest

Variationen:

- mit Löchern: Auslöschung bestimmter Moden
- Sizzle- Ride: mit Nieten besetzt => fließendes "Grundrauschen"
- mit Schellen: "Dschungelklang"
- 11ym



Spieltechniken (mit Sticks):

Crash, Splash und **Ride** unterscheiden sich nur in den Dimensionen **allgemein gültig** und den daraus resultierenden Klangeigenschaften **Techniken**

- **Stickspitze**: **Pingsound** (je dicker Klangschaale und Kuppe desto akzentuierter); wenig Anschlagsenergie \Rightarrow wenig Chaos \Rightarrow lang ausklingende Grundmoden
- **Stick Schulter**: auf Beckenrand \Rightarrow **Crashsound**
- **Stickspitze und Schulter** zeitgleich auf Klangschaale: **Glockensound** (Ride)
- **weitere**: Becken abstoppen, "Wirbel" \Rightarrow **Crashsound mit Ping** (De-)Crescendo, Sägen, ... **starker Akzent**

d) Hi- Hats

- 8" – 15" groß; wichtigstes Rhythmusbecken; unteres Becken aufgehängt, oberes fixiert und durch Fußmechanik senkbar \Rightarrow "Schk"-Klang
- "Footsplash": Treten und sofortiges Öffnen des Pedals \Rightarrow "Schk"-Crash
- mit Stickspitze oder -schulter bei verschiedenen Öffnungen spielbar \Rightarrow Übergang von "Klick"- (geschlossen) nach "Zischel"-Klang (offen)

e) weitere Becken

Chinas, Crotales / Bell Plates (Glockenplatten), Stacks, uvm.

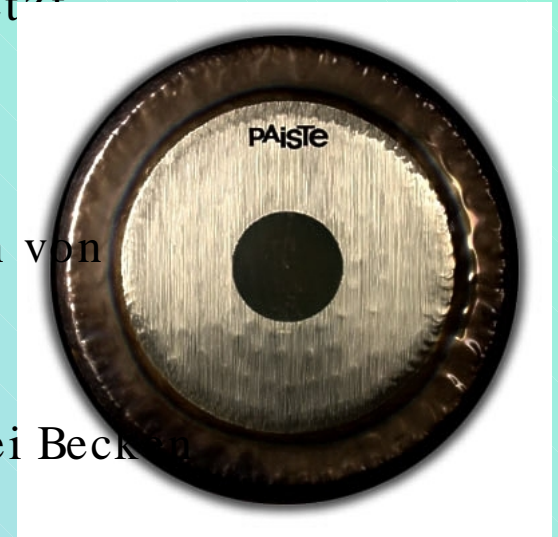


f) Tam- Tams

- nicht die lautesten Instrumente, aber wissenschaftlich höchst interessant
- weit verbreitet in Sinfonieorchestern, z. B. eingesetzt in Mussorgskis "Eine Nacht auf dem kahlen Berge"

Größe und Aufbau:

- "Becken"- Bronze (80% Kupfer, 20% Zinn, Spuren von Blei und Eisen)
- bis zu 1 m Durchmesser
- leicht erhöhtes Zentrum (nicht so extrem wie bei Becken und Gongs), stark gekrümmter Rand
- mehrere Kreise gehämmerter Dellen



Klangverhalten (Anschlag nahe Zentrum):

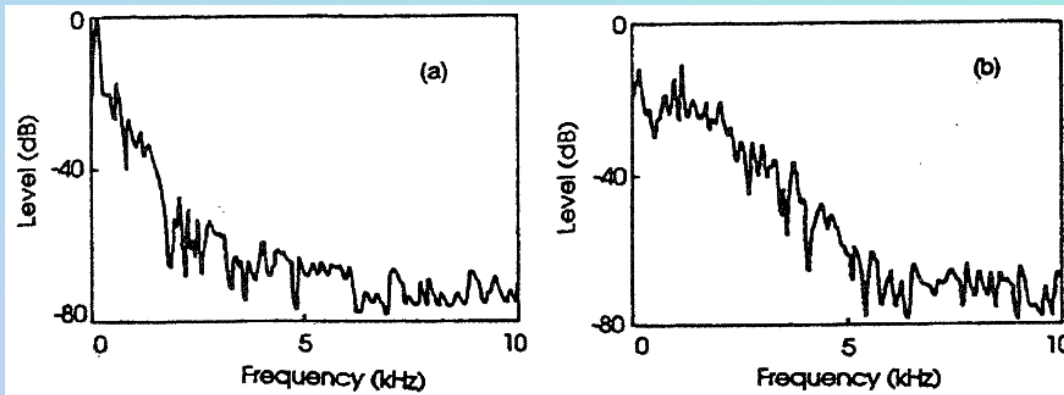
1. **düsteres Grollen** (sehr tiefe Frequenzen, bis zu **30 Hz**)
2. 0,2 – 3,0 s: Ausbildung lauterer hoher Frequenzen (bis **4 kHz**)
3. **langsames Abklingen** dieser Frequenzen und **Nachhallen der Tiefen**

interessant: hohe Frequenzen **nur** bei starkem Anschlag erzeugbar

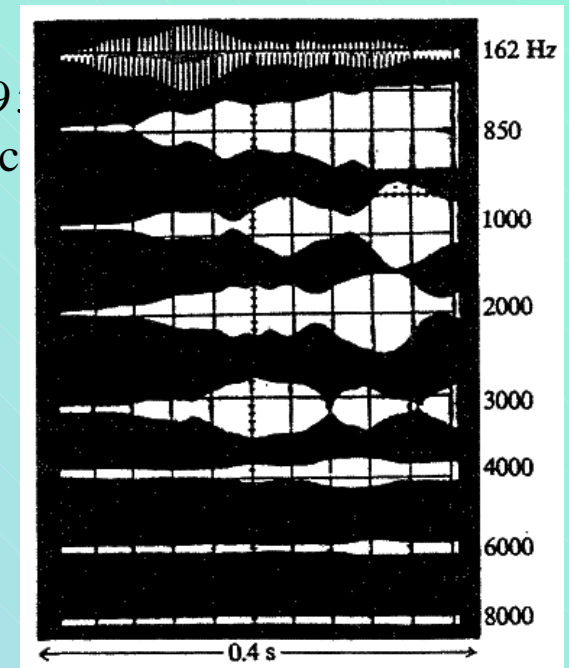
Schwingungsmoden großer Tam-Tams:

∃ mehrere **achsensymmetrische** Moden **tiefer** Frequenz (Tendenz, viel Anschlagenergie zu absorbieren)

z. B.: japanisches Tam-Tam: Moden mit 39, 162, 198, 854 und 1000 Hz bei Treiberanregung beobachtet



Klangspektrum eines Tam-Tams: a) sofort nach Anregung, b) nach 3 s



besondere Klangfarbe ist bedingt durch **langsamen** Aufbau **hoher Frequenzmoden**

nichtlineare Kopplung der

Moden:

gehämmerte Dellen spielen wichtige Rolle bei Umwandlung der Energie von achsensymmetrischen Moden in Moden kleinerer Symmetrie

je **härter** der **Anschlag**, desto **größer** die **nichtlineare Kopplung**



www.terrybozzio.com



www.grantcollins.com

2. Glocken

- Entwicklung der **Zweitonglocke** um 1600 v. Chr. in **China**
(Shang- und Zhou-Dynastie), meist oval/mandelförmig, aus Gusseisen; sehr hochwertig
- Verbreitung von **Glockenspielen** und **Handglocken**
- Westeuropa 17. Jh. n. Chr.: Hemony- Brüder u. a. schaffen
Glocken mit **harmonischen Obertönen**



Gusseisenzweitonglocke, 1595 v. Chr.

2.1. Zylinderschalen

- 20. Jh.: Steigerung der Klangqualität durch Bronze- und **Dehnungsmoden**: Längenänderungen in erster Ordnung
wissenschaftliche Rechnungen

$$\left. \begin{array}{l} \text{Linienmasse} \sim h \\ \text{Federkonstante, } E_{\text{pot}} \sim h \end{array} \right\} f(h) = \text{konst.}$$

- **Biegungsmoden**: keine Längenänderungen in erster Ordnung

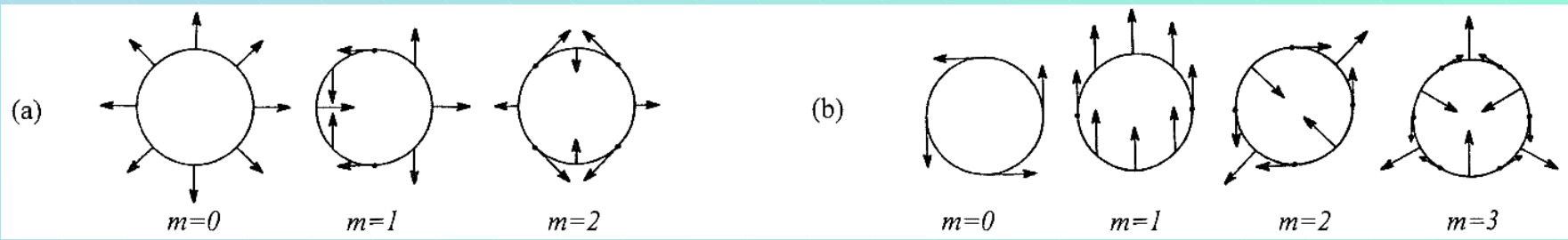
$$\left. \begin{array}{l} \text{Linienmasse} \sim h \\ \text{Federkonstante, } E_{\text{pot}} \sim h^3 \end{array} \right\} f(h) \sim h$$

allgemeine Modenparametrisierung:

$$f_{mn} = \sqrt{A_{mn} + B_{mn} h^2}$$

bzw.

$$f_{mn} = C_n \cdot (m + bn)^{p_n}$$



Zylindermoden: a) Dehnungsmoden, b) Biegemoden

2.2. Klangeigenschaften und Stimmung

a) Schwingungsmoden von Kirchenglocken

Klöppelanschlag

=>

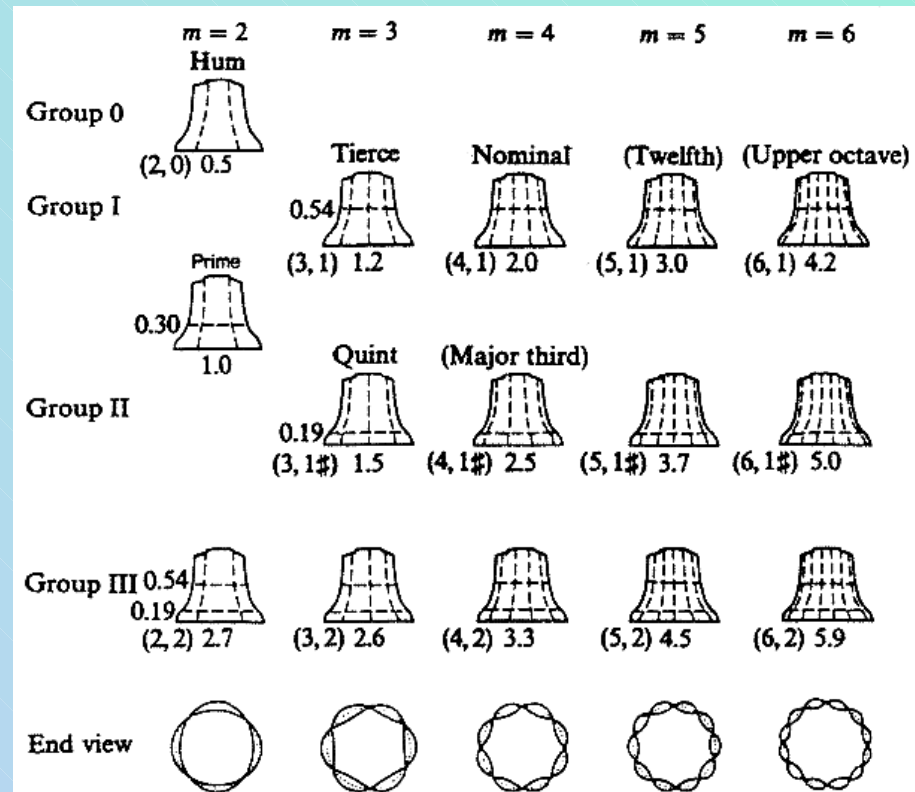
komplexes
Schwingverhalten

Modenklassifizierung:

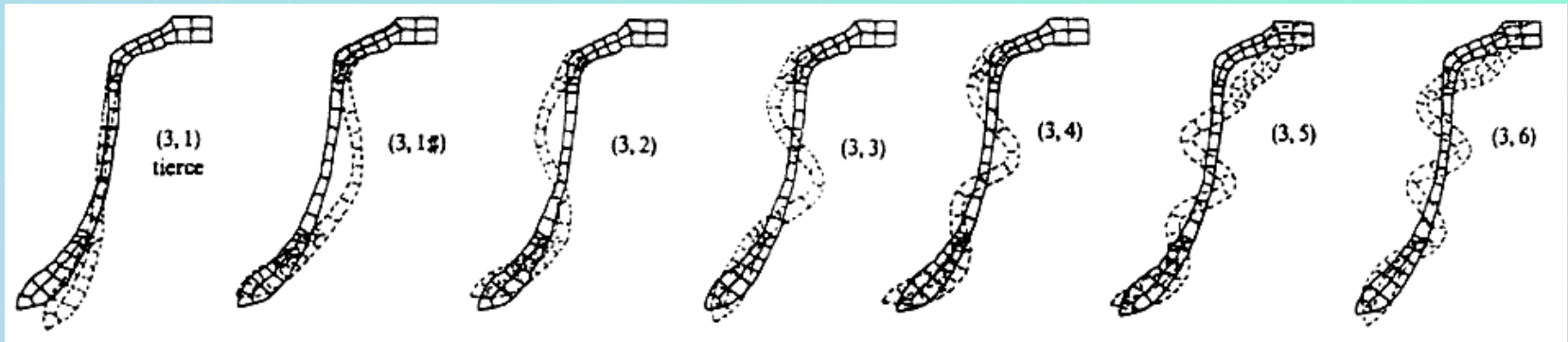
Gruppieren nach ähnlichen
Eigenschaften der **Knotenmuster**

jede Normalmode trägt einen
Oberton
zum Glockenklang bei:

Brummtton (Hum), **Prim**, **kleine Terz**,



Biegemoden einer D5-Kirchenglocke



Glockenverformung bei Biegemoden mit $m = 3$ (Computerrechnung)

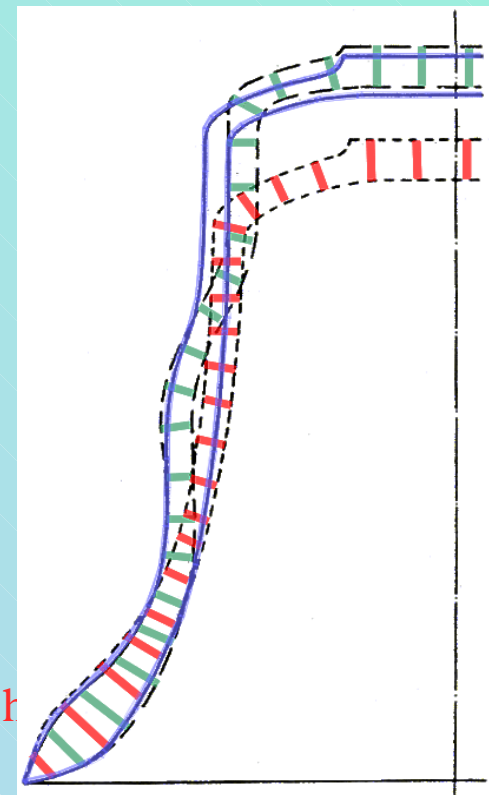
b) Stimmung und Temperierung

erste Moden im Verhältnis $1 : 2 : 2,4 / 2,5 : 3 : 4$ für Moll- bzw. Dur-Charakter gestimmt

Stimmprinzip:

- Anpassung der Glockenform an obige Verhältnisse (Formen empirisch, z. B. Hemony-Brüder und van Eyck um 1650)
- Feinstimmung durch vorsichtiges Abschleifen der bei optimaler Form: Glockeninnenwand in bestimmten Höhen

weitere 5 oder 6 Obertöne nahe der Harmonisch
=> definierte Tonhöhe und Klangqualität



Kleine Terz:
durchgezogen, Große

Mode	Name of partials	Note name	Ratio to prime (or strike note)		
			Ideal (just)	Equal temperament	Bell in Fig. 11.1c
(2,0)	Hum	D ₄	0.500	0.500	0.500
(2,1 [#])	Prime, fundamental	D ₅	1.000	1.000	1.000
(3,1)	Tierce, minor third	F ₅	1.200	1.189	1.183
(3,1 [#])	Quint, fifth	A ₅	1.500	1.498	1.506
(4,1)	Nominal, octave	D ₆	2.000	2.000	2.000
(4,1 [#])	Major third, deciem	F ₆ [#]	2.500	2.520	2.514
(2,2)	Fourth, undeciem	C ₆	2.667	2.670	2.662
(5,1)	Twelfth, duodeciem	A ₆	3.000	2.997	3.011
(6,1)	Upper octave, double octave	D ₇	4.000	4.000	4.166
(7,1)	Upper fourth, undeciem	G ₇	5.333	5.339	5.433
(8,1)	Upper sixth	B ₇	6.667	6.727	6.796
(9,1)	Triple octave	D ₈	8.000	8.000	8.215

Namen und relative Frequenzen (bzgl. Prim) wichtiger Obertöne gestimmter Glocken

interessante Studie an 363 westeuropäischen Kirchenglocken ergab:

bei nur 17% sind **Brummtön**,
Prim und

Oktave im **Oktavabstand**

gestimmt

= >

Wie entsteht eine
definierte

Tonhöhe von
Glocken?

c) Anschlagnote großer Glocken

- **Klößelschlag** auf **Glockenmetall** => **atonaler** Klang, viele **anharmonische Obertöne** die aber schnell abklingen => Raum für klangdominierende Obertöne (**Anschlagnote**)
- **Tonhöhe** stark **subjektiv** wegen **psychoakustischer Effekte**:
eine gut gestimmte Glocke hat \approx harmonische Obertöne:
Oktave, **Duodezime** und **hohe Oktave** (2 : 3 : 4)

nun: Das Ohr **erkennt** den **fehlenden Grundton** und **empfindet** diesen als **Anschlagnote**

Sehr große Glocken:

∃ subjektive 2. Anschlagnote eine Quarte über 1. Anschlagnote (1 : 1,333) mit Obertönen 3 : 4 : 5 : 6 bezüglich der Quarte

- Glocken mit $M > 800$ kg:

Obertöne liegen unter 3000 Hz => virtuelle Tonhöhe gut wahrnehmbar

- kleine Glocken:

Obertöne (leiser) $>> 3000$ Hz => virtuelle Tonhöhe sehr schwer wahrnehmbar

d.h.: Tonhöhe durch Brumm-, Prim- und Oktavoberton bestimmt, weshalb sie subjektiv schwer in eine genaue Oktave einzuordnen ist

d) Nachklingzeiten und Tremolo

Energieverluste: durch Schallabstrahlung und

interne Verluste

bemerkenswert: 52 s Abklingzeit des Brummtons,

relativ kurze Zeiten höherer

Moden

Mode	Name of partials	Decay time (s)
(2,0)	Hum	52
(2,1 [#])	Prime, fundamental	16
(3,1)	Tierce, minor third	16
(3,1 [#])	Quint, fifth	6
(4,1)	Nominal, octave	3
(4,1 [#])	Major third, deciem	1.4
(2,2)	Fourth, undeciem	3.6
(5,1)	Twelfth, duodeciem	5
(6,1)	Upper octave, double octave	4.2
(7,1)	Upper fourth, undeciem	3
(8,1)	Upper sixth	2

Nachklingzeiten wichtiger Obertöne

Tremolo:

Effekt des **Aufeinandertreffens** zweier entarteter Komponenten eines Modens

Ursache: **kleine Strukturasymmetrien** des Glockenmaterials

=> Moden schwingen in etwas andere
Vermeidung durch geschickte Wahl des
Richtungen
Aufschlagpunktes des Klöppels

Nachteil: andere Modendoublets spalten
trotzdem auf



e) Computergestützte Klangmodulierung

Versuch, die **Klangqualität** moderner Glocken zu **steigern**

Methode: Glocke in kleine Segmente teilen und “losrechnen”
 (“finite element calculation”)

