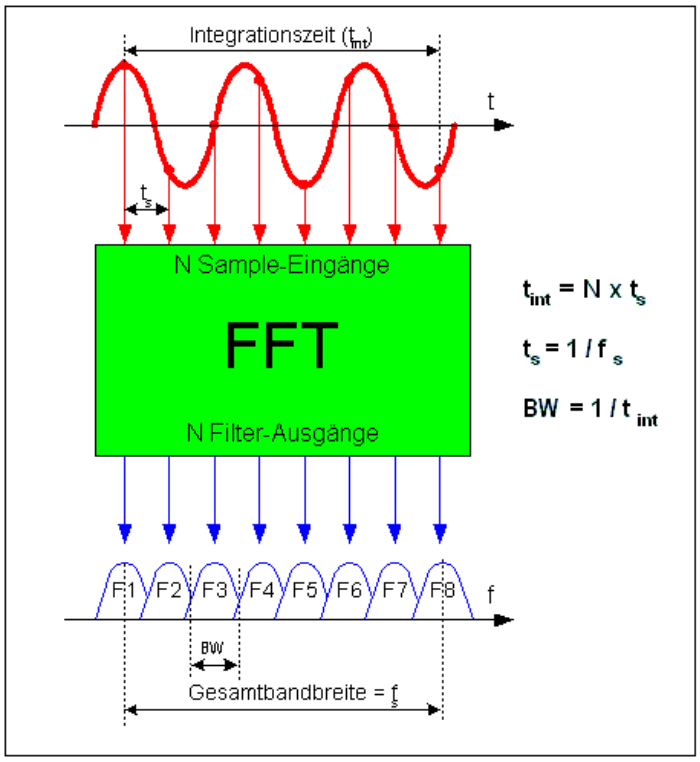
MSP
Gebrauch von FFT

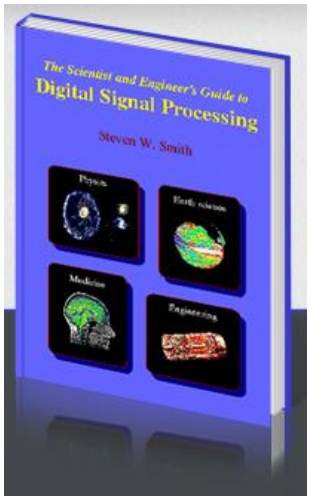
Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com

If it feels good, it must be in time!!

Satz von Fourier
https://de.wikipedia.org/wiki/Schnelle_Fourier-Transformation

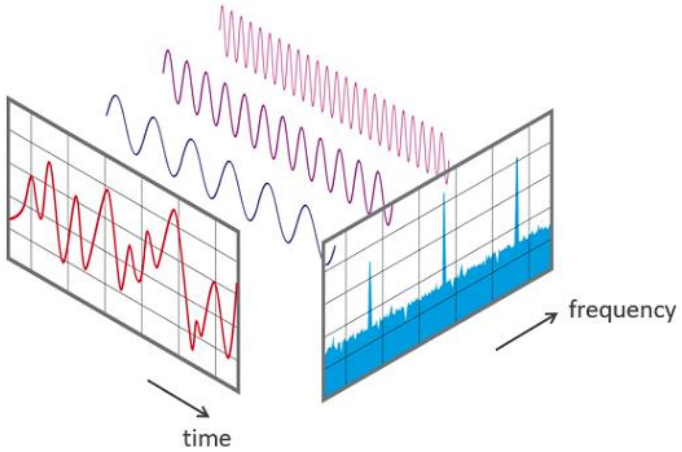
https://www.dspguide.com/ch12/2.htm
Der französische Mathematiker Joseph Fourier hat gezeigt, dass jede periodische Welle als Summe harmonisch verwandter Sinuskurven mit jeweils eigener Amplitude und Phase ausgedrückt werden kann.
➔Bei einer digitalen Darstellung einer periodischen Welle kann eine Formel verwendet werden, die als diskrete Fourier-Transformation (DFT) bekannt ist, um die Frequenz, Phase und Amplitude ihrer sinusförmigen Komponenten zu berechnen.





➔s. extra Unterlagen mit Mathematik

Im Wesentlichen transformiert die DFT eine Zeitbereichsdarstellung einer Schallwelle in ein Frequenzbereichsspektrum. Dieses Spektrum kann auch wieder in eine Zeitbereichswellenform umgewandelt werden.

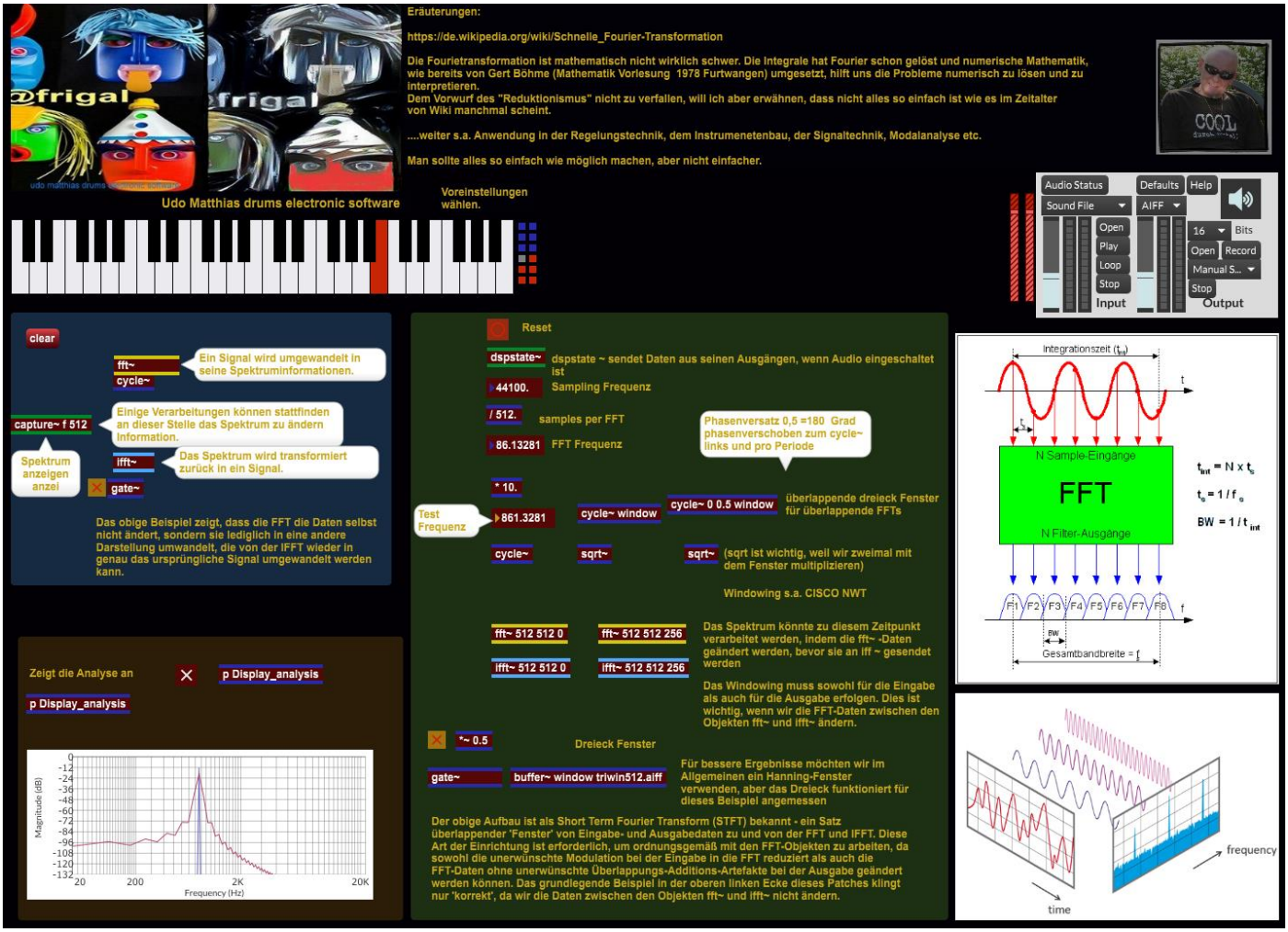


MSP
Gebrauch von FFT

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com

If it feels good, it must be in time!!

➔Typischerweise wird die Fourier-Transformation in einem kleinen Zeitabschnitt verwendet, der idealerweise genau einem Zyklus der zu analysierenden Welle entspricht. Um diese Operation an „realen" Klängen durchzuführen, die fast immer nicht streng periodisch sind und deren Frequenz unbekannt sein kann, **kann man die DFT in aufeinanderfolgenden Zeitscheiben (s.a. Timeslicing BS-Bau) durchführen, um ein Gefühl dafür zu bekommen, wie sich das Spektrum im Laufe der Zeit ändert.**



➔Wenn die Anzahl der digitalen Abtastwerte in jeder Zeitscheibe (oder jedem Frame) eine Potenz von 2 ist, kann eine schnellere Version der DFT verwendet werden, die als schnelle Fourier-Transformation (FFT) bekannt ist.
Die Formel für die FFT ist im fft~ -Objekt gekapselt. Die Mathematik der Fourier-Transformation geht weit über den Rahmen dieses Handbuchs hinaus. **In diesem Kapitel wird jedoch gezeigt, wie das fft~ -Objekt für die Signalanalyse und Resynthese verwendet wird.**

Spektrum eines Signals: fft~

fft~ empfängt ein Signal in seinem Einlass. Für jede empfangene Zeitscheibe (standardmäßig 512 Abtastwerte lang) sendet es ein Signal gleicher Länge aus, in dem die Energiemenge in

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com

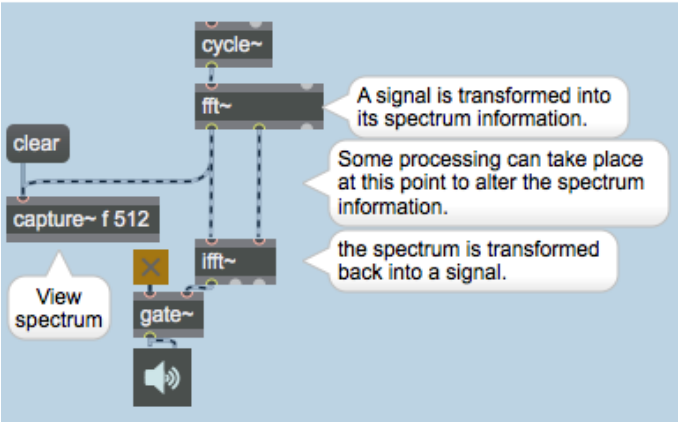
If it feels good, it must be in time!!

jedem Frequenzbereich aufgeführt ist. **Das Signal, das aus fft~ kommt, ist nichts, was wir wahrscheinlich hören möchten, oder doch!!??.** Es handelt sich vielmehr um eine Liste (Reihe, Array) der relativen Amplituden von 512 verschiedenen Frequenzbändern im empfangenen Signal. **Diese Liste hat genau die gleiche Länge wie die in jeder Zeitscheibe empfangenen Abtastwerte, so dass sie mit der gleichen Frequenz herauskommt, mit der das Signal eingeht.**
➔Das aus fft~ austretende Signal ist eine Frequenzbereichsanalyse der Abtastwerte es erhielt in der vorherigen Zeitscheibe.

➔Tatsächlich besteht die von fft~ erzeugte Analyse aus zwei parallelen Signalen. Das liegt daran, dass die Mathematik komplexe Zahlen erzeugt, die eine reale und imaginäre Komponente haben.
Die realen Komponenten werden vom linken Ausgang und die imaginären Komponenten von der Mitte ausgegeben. Beide Signale werden für die Spektralverarbeitung benötigt.

➔Obwohl die Transformation in Form eines Signals aus fft~ hervorgeht, handelt es sich nicht um ein Zeitbereichssignal.

Das einzige Objekt, das dieses spezielle Signal „versteht", ist das ifft~ -Objekt, das eine inverse FFT für das Spektrum ausführt und es wieder in eine Zeitbereichswellenform umwandelt.



Das aus fft~ austretende Signal ist eine Spektralinformation, kein Zeitbereichssignal

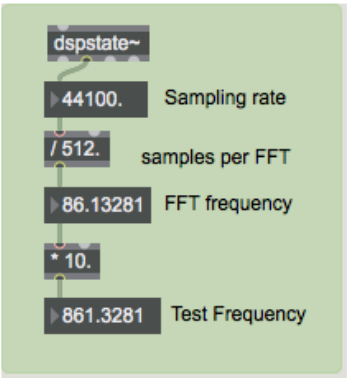
Mit dem Plot~ -Objekt können wir die Ausgabe von fft~ erfassen und die Frequenzanalyse eines Signals anzeigen. (Das Einstellen des plot~ dazu wird unten erläutert.) plot~ ist der Graph am unteren Rand des Patches.

➔Klicke auf eines der ezdac~ -Objekte, um Audio einzuschalten.

Wenn Audio eingeschaltet ist, sendet dspstate~ die MSP-Abtastrate aus dem mittleren Ausgang. Wir verwenden diese Zahl, um eine Frequenz mit einer Periode von genau 512 Abtastwerten zu berechnen. **Dies ist die Grundfrequenz der FFT selbst.** Wenn wir eine Welle dieser Frequenz in das fft~ Objekt senden, würde jede Zeitscheibe genau einen Zyklus der Wellenform enthalten. Wir werden tatsächlich eine Kosinuswelle mit der zehnfachen Frequenz als Testtons für unsere Analyse

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com
If it feels good, it must be in time!!

verwenden, wie unten gezeigt.



Der Testton liegt bei der 10-fachen Grundfrequenz der FFT-Zeitscheibe

Die obere linke Ecke des Patcher-Fensters auf S.3 zeigt eine sehr einfache Verwendung der fft~. Die Analyse wird in einem Capture-Objekt gespeichert, und ein ifft-Objekt wandelt die Analyse wieder in ein Audiosignal um. **(Normalerweise würde man ein Audiosignal nicht ohne Grund wie diesen transformieren und invers transformieren. Das ifft~ wird in diesem Patch nur verwendet, um zu demonstrieren, dass der Analyse-Resynthese-Prozess funktioniert.)**

➔Klicke auf den Schalter im blauen Teil des Patches, um den neu synthetisierten Sound zu hören. Klicke dann erneut auf den Schalter, um das gate~ zu schließen. Schaue dann die Ausgabe am unteren Rand des fft~ an.

Das plot~ zeigt eine einzelne Spitze bei 861,3 Hz.
➔Wenn auf die Nachricht zum Löschen klicken und das capture~ -Objekt doppelt anklicken, werden einige der Zahlen angezeigt, die fft~ ausgibt.
➔Jede der 512 Zahlen repräsentiert eine Harmonische der FFT-Frequenz selbst, beginnend mit der 0. Harmonischen (0 Hz).

2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Dualzahlen sind hier notwendig wegen der RAM Verwaltung. Dort werden z.B. auch n-dimensionale Felder in Reihe angelegt.

Die Analyse zeigt Energie in der elften Zahl, die die 10. Harmonische der FFT darstellt, 10/512 die Abtastfrequenz genau unsere Testfrequenz. Die Analyse zeigt auch die Energie an der 10. Zahl vom Ende (scrollen, um zu sehen), die 502/512 der Abtastrate darstellt. **Diese Frequenz überschreitet die Nyquist-Rate und entspricht tatsächlich -10/512 der Abtastrate.**
➔Shannon-Nyquist(Diese Komponente ist in der Plotanzeige nicht sichtbar, die auf die Hälfte der Abtastrate begrenzt ist.)

Technisches Detail: Eine FFT unterteilt den gesamten verfügbaren Frequenzbereich in so viele Bänder (oft als Bins bezeichnet), wie es in

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com

If it feels good, it must be time!!

jeder Zeitscheibe Samples gibt. Daher repräsentiert jede der 512 Zahlen, die aus fft~ kommen, **512 Unterteilungen des Frequenzbereichs von 0 bis zur Abtastrate.**
Die erste Zahl repräsentiert die Energie bei 0 Hz, die zweite Zahl repräsentiert die Energie bei 1/512 der Abtastrate, die dritte Zahl repräsentiert die Energie bei 2/512 der Abtastrate und so weiter.

➔Beachte: Sobald wir die Nyquist-Frequenz bei der 257. Zahl (256/512 der Abtastfrequenz) erreicht haben, alle Zahlen danach von der Nyquist-Frequenz zurückgefaltet werden.

Eine andere Möglichkeit ist, dass diese Zahlen negative Frequenzen darstellen, die jetzt von der (negativen) Nyquist-Frequenz aufsteigen. Somit ist die 258. Zahl die Energie bei der Nyquist-Frequenz minus 1/512 der Abtastrate (die auch als -255/512 der Abtastfrequenz angesehen werden könnte).
➔In unserem Beispiel sehen wir Energie im 11. Frequenzbereich (10/512 Abtastrate) und im 503. Frequenzbereich (-256/512 - -246/512 = -10/512 Abtastrate).
Es scheint, dass fft~ das Signal korrekt analysiert hat. Es gibt nur ein Problem ...

Praktische Probleme der FFT

➔Die FFT nimmt an, dass die zu analysierenden Samples eine Periode einer periodischen Welle umfassen.
In unserem Beispiel war die Kosinuswelle die 10. Harmonische der Grundfrequenz der FFT, daher funktionierte sie einwandfrei.

In den meisten Fällen sind die 512 Abtastwerte der FFT jedoch nicht genau ein Zyklus der Welle.
In diesem Fall analysiert die FFT die 512 Abtastwerte immer noch als wäre sie ein Zyklus einer Wellenform und gibt das Spektrum dieser Welle an.
➔Eine solche Analyse enthält viele Störfrequenzen, die im Signal nicht tatsächlich vorhanden sind.
Reduktionismus bis ins Detail ist nicht sinnstiftend. Man sollte alles so einfach machen wie möglich, aber nicht einfacher. Es gibt schon wirklich und gerade in Systemen, hochkomplexe Vorgänge!!

➔Schließen dann das Textfenster von capture~.
Und setzen das bei eingeschaltetem Audio das Nummernfeld 'Testfrequenz' auf 1000. Dadurch wird auch die Meldung 'Löschen' in der oberen linken Ecke des Patches ausgelöst, um das capture~ -Objekt von seinem vorherigen Inhalt zu befreien. Doppelklicken wir nun erneut auf capture~, um den neuen Inhalt anzuzeigen.

Die Analyse des 1000-Hz-Tons zeigt zwar eine größere Energie bei 1000 Hz - im 12. und 13. Frequenzbereich, wenn unsere MSP-Abtastrate 44.100 Hz beträgt (CD-Qualität), zeigt aber auch Energie in praktisch jedem anderen Bereich. Das liegt daran, dass die

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com

If it feels good, it must be in time!!

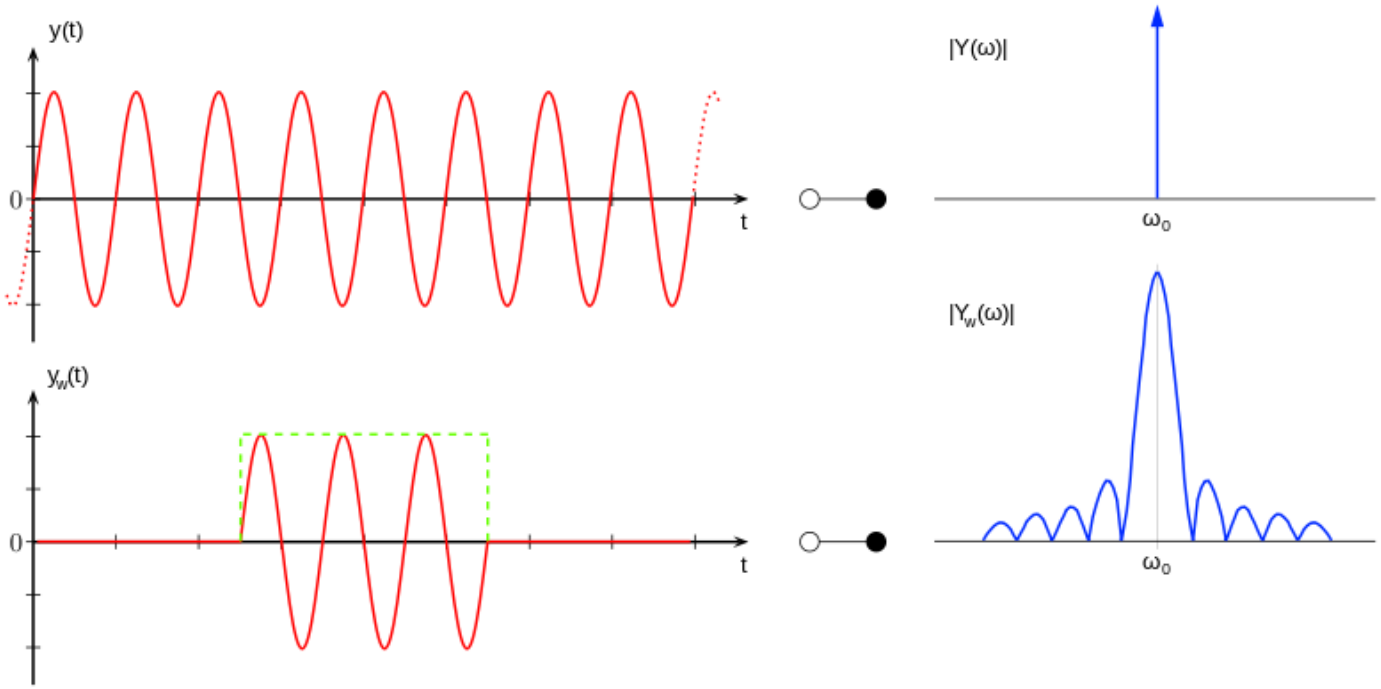
analysierte Wellenform keine Sinuskurve mehr ist. (Eine genaue Anzahl von Zyklen passt also nicht mehr genau in die 512 Abtastwerte.) Die gesamte andere in dieser FFT gezeigte **Energie ist ein Artefakt der „falschen" Interpretation dieser 512 Abtastwerte als eine Periode der korrekten Wellenform.** Wenn wir das capture~ -Objekt schließen, auf 'Löschen' klicken und es erneut öffnen, werden wir feststellen, dass sich alle Zahlen geändert haben, **da sich die Phasenbeziehung zwischen 1000 Hz und 947,5 (der 11. Harmonischen der fft-Frequenz) ständig ändert.**

Artefakt (Technik), unechtes, durch Eigenschaften der Methode hervorgerufenes Ergebnis

Artefakt UML

➔All dies wird auf dem Plot sichtbar sein, das einen breiten PEAK mit ständig wechselnden Skirts (sehr steilen Filterränder, sehen aus wie ein Faltenrock) aufweisen wird!!

Abb: **Spectral leakage Sine (Spektrales Auslaufen einer Sinusschwingung)**



Zeitlich unlimitierte ("ungefensterte") Sinusschwingung oben und zeitlich limitierte Sinusschwingung unten(limitiert mit Rechteck-Fensterfunktion). Daneben deren Fourier-Transformierten

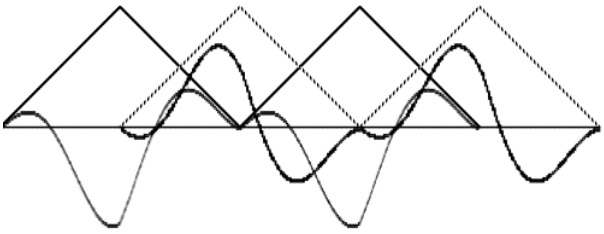
➔Um dieses Problem zu lösen, können wir versuchen, die Enden jeder Zeitscheibe durch Anwenden einer Amplitudenhüllkurve zu 'verjüngen' und überlappende Zeitscheiben zu verwenden, und damit die Fehlererzeugende Verwendung der Hüllkurve zu kompensieren.

MSP
Gebrauch von FFT

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com
If it feels good, it must be in time!!

Überlappende FFTs

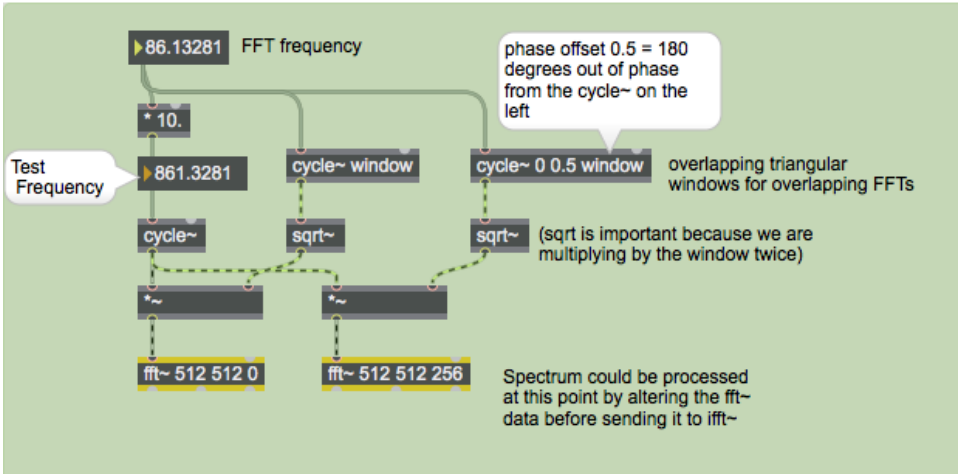
Der rechte Teil des Patches verwendet diesen Ansatz der Verwendung überlappender Zeitscheiben und wendet vor der Analyse und erneut nach der Resynthese eine dreieckige Amplitudenhüllkurve auf jede Schicht an.
➔(Für diesen Prozess werden häufig andere Formen der Amplitudenhüllkurve verwendet, aber das dreieckige Fenster ist einfach und ziemlich effektiv.)
➔**Auf diese Weise betrachtet das fft~ -Objekt jede Zeitscheibe durch ein dreieckiges Fenster,** das seine Enden nach unten verjüngt und so herausfiltert viele der falschen Frequenzen, die durch Diskontinuitäten eingeführt würden.
➔**Diese Technik wird als Fensterung bezeichnet.** Windowing- s.a. CISCO NWT.



Überlappende dreieckige Fenster (Hüllkurven), die auf eine 100-Hz-Kosinuswelle angewendet werden

Um diese Fensterung und Überlappung von Zeitscheiben zu erreichen, müssen wir zwei FFTs durchführen, von denen eine 256 Abtastungen später als die andere versetzt ist.
➔
(Beachte: dass dieser Teil des Patches nur funktioniert, wenn Ihre aktuelle MSP-Signalvektorgröße 256 oder weniger beträgt, da fft~ nur um ein Vielfaches der Vektorgröße versetzt werden kann.)

Der Versatz einer FFT kann als (ein dritte Eingabe) eingegebenes Argument für fft~, wie es für das fft~ -Objekt auf der rechten Seite getan wird. Dies führt zu überlappenden Zeitscheiben.



Eine FFT wird 256 Samples später als die andere entnommen

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com
If it feels good, it must be in time!!

Die Fensterung wird erreicht, indem das Signal einmal alle 512 Abtastungen mit einer dreieckigen Wellenform (gespeichert im Pufferobjekt - Doppelklick, um dessen Inhalt anzuzeigen) multipliziert wird, die mit derselben Frequenz wie die FFT wiederholt wird. Das Fenster ist für den zweiten fft~ um 1/2 Zyklus (256 Abtastwerte) versetzt. Beachte auch, dass wir, da wir die Amplitudenhüllkurve zweimal anwenden (einmal vor dem fft~ und noch einmal nach dem ifft~), **die Quadratwurzel der Hüllkurvenwerte ziehen, sodass wir keine unerwünschte Amplitudenmodulation aufgrund unserer Hüllkurven haben** (Wir möchten, dass die überlappenden Faltungen gleichmäßig überblenden und immer 1) ergeben.

➔ Klicke auf den Schalter Fensteranalyse anzeigen. Dadurch wird das fft-Fenster (in Rot) zur Anzeige hinzugefügt.
Wie bei der FFT ohne Fenster ist die Energie um 1000 Hz am größten, aber hier ist die (Stör-) Energie in allen anderen Frequenzbereichen im Vergleich zur Version ohne Fenster stark reduziert.

Anzeige von Spektren mit plot~

Das Plotobjekt dient zur Darstellung von Diagrammen aufgelisteter Daten oder Audiosignale.
➔Bei letzterem funktioniert es **ähnlich wie bei scope~**, bei dem der angezeigte Teil der Wellenform durch die Anzahl der Punkte in der Anzeige bestimmt wird. Im **plot~** wird dies mit einer **numpoints-Meldung** festgelegt.
Das plot~ Objekt bietet viele Optionen, insbesondere wenn wir der Anzeige Gitterlinien und Titel hinzufügen möchten.

➔Glücklicherweise gibt es einige Prototypen für plot~, auf die über die Schaltfläche am linken Rand des Displays zugegriffen werden kann. Prototypen umfassen mehrere Spektralanzeigen mit Gitterlinien und Beschriftungen.

Es ist eine Montage erforderlich, bevor das Diagramm das fft-Spektrum zeigen kann. Öffnen wir das Display_Analysis-Unterfeld, um zu sehen, was erforderlich ist.

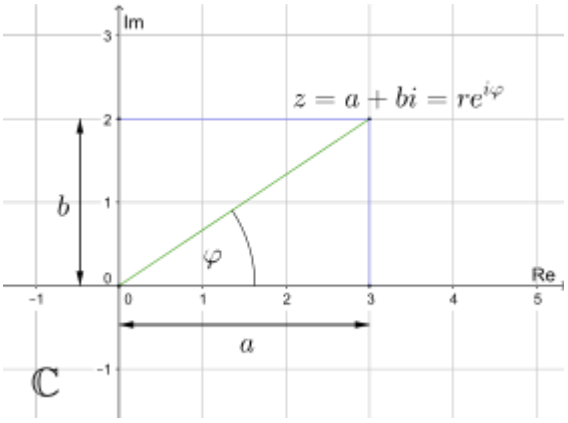
Die Signale von fft~ können sehr hohe Werte erreichen (so hoch wie die Bildgröße) und müssen für das plot~ Objekt auf maximal 1,0 verkleinert werden. Daher die Division durch 512.

Die Leistung in jedem bin (Behälter) wird durch eine komplexe Zahl dargestellt.

Die Größe einer komplexen Zahl ist die Quadratwurzel der Summe der Quadrate des Real- und Imaginärteils, sodass jedes Signal von fft ~ quadriert wird, bevor sie addiert werden. Wenn wir die Quadratwurzel weglassen, erhalten wir eine exponentielle Skala, die als dB angezeigt wird.

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com

If it feels good, it must be in time!!



Betrag [Bearbeiten | Quelltext bearbeiten]

Der Betrag $|z|$ einer komplexen Zahl z ist die Länge ihres Vektors in der Gaußschen Zahlenebene und lässt sich z. B. zu

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

aus ihrem Realteil $\mathrm{Re}\,(z) = a$ und Imaginärteil $\mathrm{Im}\,(z) = b$ berechnen. Als eine Länge ist der Betrag reell und nicht negativ.

Beispiel:

$$|239 + \mathrm{i}| = \sqrt{239^2 + 1^2} = \sqrt{57121 + 1} = \sqrt{57122} = 169 \cdot \sqrt{2}$$

s.a. Wechselstrom Lehre

plot~ hat keinen Trigerechanismus wie scope ~ und spektroskop~, daher muss das Signal von fft~ stabilisiert werden, bevor es angezeigt werden kann. Das vectral~ -Objekt ist dafür ideal, da es eingehende Samples mit Indizes in den linken Einlässen ausrichtet. Der rechte Auslass von fft~ erzeugt eine Rampe von Bin-Nummern von 0 bis zur Fenstergröße, perfekt für vektral~.
vectoral~ kann die Werte auch über mehrere Frames mitteln, wodurch die **Anzeige flüssiger wird.**
Meistens verwenden wir das spektroskop~ als Spektralanzeige. Wenn wir jedoch benutzerdefinierte Funktionen oder eine besonders hohe Auflösung **wünschen, können wir mit plot~ und fft~ unsere eigenen entwerfen.**

Signalverarbeitung mit der FFT

In diesem Patch haben wir das fft~ -Objekt verwendet, um ein Signal anzuzeigen und zu analysieren und um die Wirksamkeit der Fensterung des Signals und der Verwendung überlappender FFTs zu demonstrieren.

➔ Man könnte jedoch auch einen Patch schreiben, der die Werte in dem aus fft~ kommenden Signal ändert und dann die geänderte Analyse zur Resynthese an ifft~ sendet. **Diese Art der Verarbeitung unter Verwendung überlappender Zeitscheiben mit Fenster ist als Short Term Fourier Transform (STFT) bekannt und bildet die Grundlage für die Audioverarbeitung im Frequenzbereich.** Wir werden später (26) eine einfachere Möglichkeit diskutieren, die STFT zu verwenden.

Das Fenster ist nicht nur wichtig für die
Reduzierung der falschen Frequenzen aufgrund von

Udo matthias 07626-2 999 847
mobil: 017621-605276
http://www.udomatthias.com
https://www.facebook.com/udo.matthias.3
info@udomatthias.com

If it feels good, it must be in time!!

Diskontinuitäten in der Eingangswellenform, wie wir bereits gesehen haben, sondern auch wichtig, um alle Diskontinuitäten auszugleichen, die in der resynthetisierten Zeitbereichswellenform auftreten, die vom ifft~ kommt. Aus diesem Grund müssen wir das Zeitbereichssignal sowohl am Eingang als auch am Ausgangsfenster. **Hier würden wir solche Ausgabediskontinuitäten nur erhalten, wenn wir das Signal zwischen den Objekten fft~ und ifft~ modifizieren würden.**

Zusammenfassung

Die schnelle Fourier-Transformation (FFT) ist ein Algorithmus zum Transformieren eines digitalen Zeitbereichssignals in eine Frequenzbereichsdarstellung der relativen Amplitude verschiedener Frequenzbereiche im Signal.
Eine FFT wird unter Verwendung eines relativ kleinen Ausschnitts eines Signals berechnet, normalerweise einer Zeitscheibe von 512 oder 1024 Abtastwerten. Um ein längeres Signal zu analysieren, führt man mehrere FFTs unter Verwendung aufeinanderfolgender (oder überlappender) Zeitscheiben durch.

Das fft~ -Objekt führt eine FFT für das empfangene Signal durch und sendet (auch in Form eines Signals) eine Frequenzbereichsanalyse des empfangenen Signals aus. Das einzige Objekt, das die Ausgabe von fft~ versteht, ist ifft~, das eine inverse FFT ausführt, um ein Zeitdomänensignal basierend auf den Frequenzdomäneninformationen zu synthetisieren. Man könnte das Signal ändern, wenn es von fft~ nach ifft~ geht, um das Spektrum zu ändern.

Die FFT funktioniert nur dann perfekt, wenn genau ein Zyklus (oder genau eine ganzzahlige Anzahl von Zyklen) eines Tons analysiert wird.
Um die Artefakte zu reduzieren, die erzeugt werden, wenn dies nicht der Fall ist, kann das zu analysierende Signal durch Anwenden einer Amplitudenhüllkurve gefenstert werden, um die Enden jeder Zeitscheibe zu verjüngen.
Die Amplitudenhüllkurve kann angewendet werden, indem das Signal multipliziert wird, indem ein Zyklusobjekt verwendet wird, um eine Fensterfunktion **aus einem Puffer wiederholt mit derselben Frequenz wie die FFT selbst zu lesen (d.h. Einmal pro Zeitscheibe).**
Um alle Artefakte zu beseitigen, die sich aus der Änderung des Frequenzbereichssignals ergeben, müssen wir auch die gleiche Hüllkurve am Ausgang des ifft~ anwenden.

Siehe auch ➔https://teledynelecroy.com/doc/tutorial-fft-analysis
fft~ Schnelle Fourier-Transformation
ifft~ Inverse schnelle Fourier-Transformation

MSP-Analyse-Tutorial 2: Oszilloskop und Spektroskop

MSP-Tutorials: Inhaltsverzeichnis

MSP Analysis Tutorial 4: Signalverarbeitung mit pfft~